

<中1分野 例題付き公式集>

(1)  $x$  円の  $a\%$  増し  $\rightarrow x \times (1 + \frac{a}{100})$

(例題)  $a$  円の  $20\%$  増しはいくらか

(解)  $a(1 + \frac{20}{100}) = \frac{120}{100}a = \frac{6}{5}a$  (円)

(2)  $x$  円の  $a\%$  引き  $\rightarrow x \times (1 - \frac{a}{100})$

(例題)  $x$  円の  $25\%$  引きはいくらか

(解)  $x(1 - \frac{25}{100}) = \frac{75}{100}x = \frac{3}{4}x$  (円)

(3)  $x$  円の  $a$  割増し  $\rightarrow x \times (1 + \frac{a}{10})$

(例題)  $1000$  円の  $a$  割増しはいくらか

(解)  $1000(1 + \frac{a}{10})$  円

(4)  $x$  円の  $a$  割引き  $\rightarrow x \times (1 - \frac{a}{10})$

(例題)  $x$  円の  $3$  割引きはいくらか

(解)  $x(1 - \frac{3}{10}) = \frac{7}{10}x$  (円)

(5) 食塩水の濃度(%)  $\rightarrow \frac{\text{食塩の量}}{\text{食塩水全体の量}} \times 100$

(例題)  $100\text{g}$  の水に  $a\text{g}$  の食塩を溶かしたときの濃度は

(解)  $\frac{a}{100+a} \times 100 = \frac{100a}{100+a}$  (%)

(6) 食塩の量(g)  $\rightarrow \text{食塩水全体の量} \times \frac{\%}{100}$

(例題)  $3\%$  の食塩水  $x\text{g}$  中の食塩の量は

(解)  $x \times \frac{3}{100} = \frac{3}{100}x$  (g)

(7)  $y$  は  $x$  に比例  $\rightarrow y = ax$

(例題)  $y$  は  $x$  に比例し、 $x=2$  のとき  $y=6$  である。 $y$  を  $x$  の式で表せ

(解)  $y = ax$  に  $x=2$ 、 $y=6$  を代入すると、 $a=3$ 。よって  $y=3x$

(8)  $y$  は  $x+b$  に比例  $\rightarrow y = a(x+b)$

(例題)  $y$  は  $x+2$  に比例し、 $x=2$  のとき  $y=6$  である。 $y$  を  $x$  の式で表せ

(解)  $y = a(x+2)$  に  $x=2$ 、 $y=6$  を代入すると、 $a = \frac{3}{2}$ 。よって  $y = \frac{3}{2}(x+2)$

(9)  $y+b$  は  $x$  に比例  $\rightarrow y+b = ax$

(例題)  $y+2$  は  $x$  に比例し、 $x=2$  のとき  $y=6$  である。 $y$  を  $x$  の式で表せ

(解)  $y+2 = ax$  に  $x=2$ 、 $y=6$  を代入すると  $a=4$ 。よって  $y+2 = 4x \rightarrow y = 4x - 2$

(10)  $y$  は  $x$  に反比例  $\rightarrow y = \frac{a}{x}$ 、 $xy = a$

(例題)  $y$  は  $x$  に反比例し、 $x=2$  のとき  $y=6$  である。 $y$  を  $x$  の式で表せ

(解)  $xy = a$  に  $x=2$ 、 $y=6$  を代入すると、 $a=12$ 。よって  $y = \frac{12}{x}$

(11)  $y$  は  $x+b$  に反比例  $\rightarrow y = \frac{a}{x+b}$ 、 $(x+b)y = a$

(例題)  $y$  は  $x+2$  に反比例し、 $x=2$  のとき  $y=6$  である。 $y$  を  $x$  の式で表せ

(解)  $(x+2)y = a$  に  $x=2$ 、 $y=6$  を代入すると、 $a=24$ 。よって  $y = \frac{24}{x+2}$

<中1分野 例題付き公式集>

(12) 半径  $r$ 、中心角  $x^\circ$  のおうぎ形の弧の長さ  $l$  は  $\rightarrow l = 2\pi r \times \frac{x}{360}$

(例題) 半径  $3\text{cm}$ 、中心角  $x^\circ$  のおうぎ形の弧の長さは

(解)  $6\pi \times \frac{x}{360} = \frac{1}{60}\pi x (\text{cm})$

(13) 半径  $r$ 、弧の長さ  $l$  のおうぎ形の面積  $S$  は  $\rightarrow S = \frac{1}{2}lr$

(例題) 半径  $4\text{cm}$ 、弧の長さ  $\pi\text{cm}$  のおうぎ形の面積は

(解)  $\frac{1}{2} \times \pi \times 4 = 2\pi (\text{cm}^2)$

(14) 柱体の体積  $V$  は  $\rightarrow V = \text{底面積} \times \text{高さ}$

(例題) 底面が半径  $r\text{cm}$  の円で、高さ  $h\text{cm}$  の円柱の体積は

(解)  $\pi r^2 \times h = \pi r^2 h (\text{cm}^3)$

(15) 錐体の体積  $V$  は  $\rightarrow V = \text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$

(例題) 底面が半径  $r\text{cm}$  の円で、高さ  $h\text{cm}$  の円錐の体積は

(解)  $\pi r^2 \times h \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}\pi r^2 h (\text{cm}^3)$

(16) 底面の円の半径  $r$ 、母線の長さ  $l$  の円すいの側面積  $\rightarrow \pi l r$

(例題) 底面が半径  $3\text{cm}$  の円で、母線の長さが  $5\text{cm}$  の円錐の側面積は

(解)  $\pi \times 3 \times 5 = 15\pi (\text{cm}^2)$

(17) 底面の円の半径  $r$ 、母線の長さ  $l$  の円すいの展開図における中心角  $\rightarrow 360 \times \frac{r}{l}$

(例題) 底面が半径  $3\text{cm}$ 、母線が  $5\text{cm}$  の円錐の展開図におけるおうぎ形の中心角は

(解)  $360 \times \frac{3}{5} = 216^\circ$

(18) 正多面体の種類は  $\rightarrow$  正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体の5種類

(例題) 正多面体のうち、面の形が正三角形となるものは

(解) 正四面体・正八面体・正二十面体

(19) 正多面体の面の数を  $F$ 、頂点の数を  $V$ 、辺の数を  $E$  としたとき、この3つの数の間に成り立つ関係は

$\rightarrow F + V - E = 2$

(例題) 正八面体の辺の数は

(解) 正八面体の面の数は8面、頂点の数は6個なので、辺の数=8+6-2=12本

(20) 半径  $r$  の球の表面積  $S$  は  $\rightarrow S = 4\pi r^2$

(例題) 半径  $3\text{cm}$  の球の表面積は

(解)  $4\pi \times 3^2 = 36\pi (\text{cm}^2)$

(21) 半径  $r$  の球の体積  $V$  は  $\rightarrow V = \frac{4\pi r^3}{3}$

(例題) 半径  $3\text{cm}$  の球の体積は

(解)  $\frac{4\pi \times 3^3}{3} = 36\pi (\text{cm}^3)$

<中2分野 例題付き公式集>

(1)  $(a^m)^n = a^{m \times n}$

(例題)  $(x^3)^2$

(解)  $(x^3)^2 = x^{3 \times 2} = x^6$

(2)  $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(例題)  $x^3 \times x^2$

(解)  $x^3 \times x^2 = x^{3+2} = x^5$

(3)  $(ab)^m = a^m b^m$

(例題)  $(-x^3yz^2)^4$

(解)  $(-x^3yz^2)^4 = (-1)^4 x^{3 \times 4} y^{1 \times 4} z^{2 \times 4} = x^{12} y^4 z^8$

(4)  $x$  軸を表す直線の式は  $\rightarrow y = 0$

(例題) 直線  $y = 2x + 4$  と  $x$  軸との交点の座標は

(解)  $y = 2x + 4$  と  $y = 0$  を連立し、  
 $x = -2$ 。よって  $(-2, 0)$

(5)  $y$  軸を表す直線の式は  $\rightarrow x = 0$

(例題) 直線  $y = 2x - 1$  と  $y$  軸との交点の座標は

(解)  $y = 2x - 1$  と  $x = 0$  を連立し、  
 $y = -1$ 。よって  $(0, -1)$

(6) 点  $(t, 0)$  を通り、 $y$  軸に平行な直線の式は  $\rightarrow x = t$

(例題) 点  $(-2, 0)$  を通り、 $y$  軸に平行な直線の式は

(解)  $x = -2$

(7) 点  $(0, s)$  を通り、 $x$  軸に平行な直線の式は  $\rightarrow y = s$

(例題) 点  $(0, 3)$  を通り、 $x$  軸に平行な直線の式は

(解)  $y = 3$

(8) 点  $(x, y)$  と  $x$  軸対称の座標は  $\rightarrow (x, -y)$

(例題) 点  $(-2, 3)$  と  $x$  軸対称の座標は

(解)  $(-2, -3)$

(9) 点  $(x, y)$  と  $y$  軸対称の座標は  $\rightarrow (-x, y)$

(例題) 点  $(5, 1)$  と  $y$  軸対称の座標は

(解)  $(-5, 1)$

(10) 点  $(x, y)$  と原点对称の座標は  $\rightarrow (-x, -y)$

(例題) 点  $(-4, -3)$  と原点对称の座標は

(解)  $(4, 3)$

(11) 直線  $y = ax + b$  に平行な直線の傾きは  $\rightarrow a$  (2直線の傾きが等しくなる)

(例題) 点  $(2, 3)$  を通り、直線  $y = 3x - 1$  に平行な直線の式は

(解)  $y = 3x + b$  に点  $(2, 3)$  を代入し、  
 $b = -3$ 。よって  $y = 3x - 3$

<中2分野 例題付き公式集>

(12) 直線  $y = ax + b$  に垂直な直線の傾きは  $\rightarrow -\frac{1}{a}$  (2直線の傾きどうしの積が-1となる)

(例題) 点(1, 2) を通り、直線  $y = -\frac{1}{3}x + 2$  に垂直な直線の式は

(解)  $y = 3x + b$  に点(1, 2)を代入し、  
 $b = -1$ 。よって  $y = 3x - 1$

(13)  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  の中点の座標は  $\rightarrow (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

(例題) 2点  $A(-3, 2), B(5, 4)$  の中点の座標は

(解)  $(\frac{-3+5}{2}, \frac{2+4}{2}) = (1, 3)$

(14)  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  のとき、線分  $AB$  を  $a : b$  に分ける点の座標は  $\rightarrow (\frac{bx_1 + ax_2}{a + b}, \frac{by_1 + ay_2}{a + b})$

(例題) 2点  $A(-3, 2), B(5, 4)$  のとき、線分  $AB$  を  $3 : 1$  に分ける点の座標は

(解)  $(\frac{1 \times (-3) + 3 \times 5}{3+1}, \frac{1 \times 2 + 3 \times 4}{3+1}) = (3, \frac{7}{2})$

(15)  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$  のとき、 $\triangle ABC$  の重心の座標は  $\rightarrow (\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3})$

(例題) 3点  $A(-3, 2), B(5, 4), C(1, -3)$  のとき、 $\triangle ABC$  の重心の座標は

(解)  $(\frac{-3+5+1}{3}, \frac{2+4-3}{3}) = (1, 1)$

(16)  $n$  角形の内角の和は  $\rightarrow 180(n-2)^\circ$

(例題) 内角の和が  $1260^\circ$  となる多角形は何角形か

(解)  $180(n-2) = 1260$   
 $n - 2 = 7 \rightarrow n = 9$  角形

(17)  $n$  角形の外角の和は  $\rightarrow 360^\circ$

(例題) 1つの内角が  $150^\circ$  となる正多角形は正何角形か

(解) 1つの外角は  $180 - 150 = 30$  より、  
 $n = 360 \div 30 = 12 \rightarrow$  正十二角形

(18)  $n$  角形の対角線の本数は  $\rightarrow \frac{n(n-3)}{2}$  (本)

(例題) 九角形の対角線の本数は何本か

(解)  $\frac{9(9-3)}{2} = 27$  本

(19) 平行四辺形になるための条件は  $\rightarrow$

(例題) 四角形  $ABCD$  にそれぞれ次の関係が成り立つとき、平行四辺形となるものはどれか。

- ㉞  $AB = DC, AD \parallel BC$     ㉟  $AD = BC, AB = DC$   
㊱  $\angle A = \angle C = 105^\circ, \angle B = 75^\circ$     ㊲  $AC = BD$

- ㉞2組の対辺がそれぞれ等しい  
㉟2組の対角がそれぞれ等しい  
㊱2組の対辺がそれぞれ平行  
㊲1組の対辺が平行でその長さが等しい  
㊳対角線が互いに他を2等分する

(解) ㉞ (条件㉞より)、㉟ (条件㉟より)

(20) 平行四辺形が長方形になるための条件  $\rightarrow$

- ㉞1つの角を  $90^\circ$  にする  
㉟対角線の長さを等しくする

(21) 平行四辺形がひし形になるための条件  $\rightarrow$

- ㉞となり合う辺の長さを等しくする  
㉟対角線を直交させる

(20) (21) 共通 (例題)

平行四辺形  $ABCD$  に、それぞれ次の条件を加えると、どのような四角形となるか。

- ㉞  $\angle C = 90^\circ$     ㉟  $AB = BC$   
㊱  $AC = BD$     ㊲  $\angle A = 90^\circ, BC = DC$

(解) ㉞長方形、㉟ひし形、㊱長方形、㊲正方形

<中3分野 例題付き公式集>

(1) 2の倍数の判定法は → **1の位が0又は偶数**

(例題) 1~5までの5つの数字を使って3ケタの数をつくるとき、2の倍数は何通りできるか。

(解) 一の位の数は2,4の2通り。十の位は一の位の数以外の4通り。百の位は一の位と十の位の数以外の3通りあるので、 $2 \times 4 \times 3 = 24$ 通り

(2) 5の倍数の判定法は → **1の位が0又は5**

(例題) 1~9までの9個の数字を使って3ケタの数をつくるとき、5の倍数は何通りできるか。

(解) 一の位の数は5の1通り。十の位は一の位の数以外の8通り。百の位は一の位と十の位の数以外の7通りあるので、 $1 \times 8 \times 7 = 56$ 通り

(3) 4の倍数の判定法は → **下2ケタが00又は4の倍数**

(例題) 5ケタの数、 $32\square\square 8$ が4の倍数となるとき、最小の5ケタの数は。

(解) 下2ケタが4の倍数ならいいので、最小の5ケタの数は、32008

(4) 3の倍数の判定法は → **各位の数の和が3の倍数**

(例題) 5ケタの数、 $43\square 26$ が3の倍数となるとき、 $\square$ に入る数を全て求めよ。

(解)  $4+3+\square+2+6=15+\square$ が3の倍数となればよいので、 $\square=0,3,6,9$

(5) 9の倍数の判定法は → **各位の数の和が9の倍数**

(例題) 3ケタの数  $5\square 5$ が9の倍数となるとき、 $\square$ に入る数を求めよ。

(解)  $5+\square+5=10+\square$ が9の倍数となればよいので、 $\square=8$

(6) 11の倍数の判定法は → **1の位から左に向かって奇数番目の位の数の和と偶数番目の位の数の和との差が0又は11の倍数**

(例題) 8ケタの数  $4\square 870084$ が11で割り切れるとき、 $\square$ に入る数を求めよ。

(解) 奇数番目の数の和  $= 4+0+7+\square = 11+\square$   
偶数番目の数の和  $= 8+0+8+4 = 20$   $11+\square \leq 20$ より、 $20-(11+\square)=0$  又は 11の倍数となればよいので、 $\square=9$

(7) 2つの自然数A及びBの最大公約数をG、最小公倍数をLと →  **$AB=GL$**

したとき、A、B及びG、Lの間に成り立つ関係は

(例題) 2つの自然数48とAの最大約数が24、最小公倍数が144のとき、Aを求めよ。

(解)  $48 \times A = 24 \times 144$   
 $A = 3456 \div 48 = 72$

(8) 素因数分解の形が、 $x^a y^b z^c$ となる整数の約数の個数は →  **$(a+1) \times (b+1) \times (c+1)$ 個**

(例題) 240の約数の個数は。

(解)  $240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$ より  
 $(4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$ 個

(9)  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

(例題)  $(2a-b)(2a+3b)$ を展開せよ。

(解)  $(2a-b)(2a+3b)$   
 $= (2a)^2 + (-b+3b) \times 2a + (-b) \times 3b$   
 $= 4a^2 + 4ab - 3b^2$

(10)  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(例題)  $(3x+y)^2$ を展開せよ。

(解)  $(3x+y)^2$   
 $= (3x)^2 + 2 \times 3x \times y + y^2$   
 $= 9x^2 + 6xy + y^2$

(11)  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(例題)  $(ab-2c)^2$ を展開せよ。

(解)  $(ab-2c)^2$   
 $= (ab)^2 - 2 \times ab \times 2c + (2c)^2$   
 $= a^2 b^2 - 4abc + 4c^2$

(12)  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(例題)  $(3x+2y)(3x-2y)$ を展開せよ。

(解)  $(3x+2y)(3x-2y)$   
 $= (3x)^2 - (2y)^2$   
 $= 9x^2 - 4y^2$



<中3分野 例題付き公式集>

(13)  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(例題)  $(x-y+3)^2$ を展開せよ。

(解)  $(x-y+3)^2 = x^2 + (-y)^2 + 3^2 + 2 \times x \times (-y) + 2 \times (-y) \times 3 + 2 \times 3 \times x = x^2 + y^2 + 9 - 2xy - 6y + 6x$

(14) 2次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の2つの解は

→  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  (解の公式)

(例題)  $3x^2 + 2x - 5 = 0$ を解け。

(解)  $3x^2 + 2x - 5 = 0$   
 $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3}$   
 $= \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{-2 \pm 8}{6} = 1, -\frac{5}{3}$

(15) 2次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の2つの解をそれぞれ  $\alpha, \beta$  とすると、2つの解の和( $\alpha + \beta$ )及び2つの解の積( $\alpha\beta$ )は

→  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$   
 (解と係数の関係)

(例題) 2次方程式  $x^2 - ax - b = 0$  の解が、 $x = 2 \pm \sqrt{2}$  のとき、 $a, b$  の値を求めよ。

(解) 解と係数の関係より、  
 $-\frac{-a}{1} = (2 + \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{2}) \rightarrow a = 4$   
 $\frac{-b}{1} = (2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2}) \rightarrow b = -2$

(16)  $y = ax^2$  において、 $x$  の値が  $\alpha$  から  $\beta$  まで変化するときの変化の割合は

→  $a(\alpha + \beta)$

(例題)  $y = \frac{1}{3}x^2$  において、 $x$  の値が  $n$  から  $n-2$  まで変化するときの変化の割合が4のとき、 $n$  の値は。

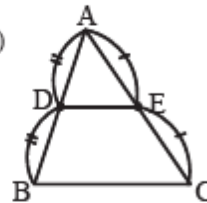
(解)  $\frac{1}{3}(n+n-2) = 4$  より  
 $2n-2 = 12$   
 $n = 7$

(17) 放物線  $y = ax^2$  に直線が2点 A, B で交わっているとき、A, B の  $x$  座標をそれぞれ  $\alpha, \beta$  とすると、直線 AB の傾き及び  $y$  切片は

→ 傾き  $= a(\alpha + \beta)$   
 $y$  切片  $= -a\alpha\beta$

(例題)  $y = -2x^2$  に、直線が2点 A, B で交わっている。A, B の  $x$  座標がそれぞれ  $-3$  と  $1$  のとき、直線 AB の式は。

(解) 求める直線 AB の  
 傾き  $= -2(-3+1) = 4$   
 $y$  切片  $= -(-2) \times (-3) \times 1 = -6$   
 $y = 4x - 6$

(18)  左図で成り立つ2つのことは →

- ①  $DE \parallel BC$
- ②  $DE = \frac{1}{2} BC$

(例題) 上の図で、 $DE \parallel BC$  となることを証明せよ。

(解)  $\triangle ADE$  と  $\triangle ABC$  において、  
 $AD : AB = AE : AC = 1 : 2$  (仮定) …①  
 $\angle A$  は共通 …②  
 ①, ②より、2辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。  
 よって、 $\angle ADE = \angle ABC$  …③  
 ③より、同位角が等しいので、 $DE \parallel BC$  である。

(19)  左図で成り立つ2つのことは →

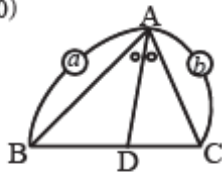
- ① 3本の中線をそれぞれ2:1に分ける
- ② 面積を6等分する

(例題) 上の図で、 $AE = 8$  のとき、 $GE$  の長さを求めよ。

(解)  $G$  は  $\triangle ABC$  の重心より、  
 $AG : GE = 2 : 1$   
 $GE = \frac{1}{3} AE = \frac{8}{3}$

<中3分野 例題付き公式集>

(20)



左図において、成り立つことは  
(角の二等分線の性質)

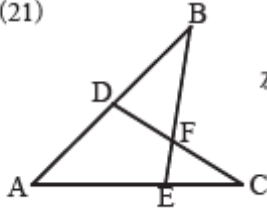
→  $AB : AC = BD : DC = a : b$

(例題) 上の図で、 $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$  のとき、  
 $BD$  の長さを求めよ。

(解)  $AB : AC = BD : DC = 6 : 4 = 3 : 2$

$$BD = \frac{3}{3+2} \times 8 = \frac{24}{5} \text{cm}$$

(21)



左図において、成り立つ2つの式は  
(メネラウスの定理)

→ ①  $\frac{BD}{AB} \times \frac{FC}{DF} \times \frac{EA}{CE} = 1$   
②  $\frac{CE}{AC} \times \frac{FB}{EF} \times \frac{DA}{BD} = 1$

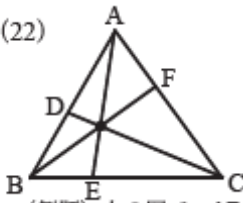
(例題) 上の図で、 $AD : DB = 1 : 1$ ,  $AE : EC = 2 : 1$  のとき、  
 $DF : FC$  を求めよ。

(解)  $\frac{BD}{AB} \times \frac{FC}{DF} \times \frac{EA}{CE} = 1$  より

$$\frac{1}{2} \times \frac{FC}{DF} \times \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{FC}{DF} \times \frac{1}{1} = 1 \rightarrow \underline{DF : FC = 1 : 1}$$

(22)



左図において、成り立つ式は  
(チェバの定理)

→  $\frac{DB}{AD} \times \frac{EC}{BE} \times \frac{FA}{CF} = 1$

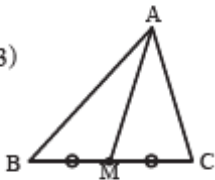
(例題) 上の図で、 $AD : DB = 5 : 4$ ,  $AF : FC = 1 : 2$  のとき、  
 $BE : EC$  を求めよ。

(解)  $\frac{DB}{AD} \times \frac{EC}{BE} \times \frac{FA}{CF} = 1$  より

$$\frac{4}{5} \times \frac{EC}{BE} \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{EC}{BE} \times \frac{2}{5} = 1 \rightarrow \underline{BE : EC = 2 : 5}$$

(23)



左図において、成り立つ式は  
(中線定理)

→  $AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$

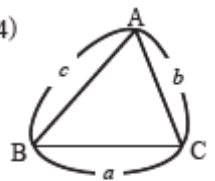
(例題) 左の図で、 $AB = 8$ ,  $AM = AC = 6$  のとき、  
 $BM$  の長さを求めよ。

(解)  $8^2 + 6^2 = 2(6^2 + BM^2)$  より

$$100 = 2(36 + BM^2)$$

$$50 = 36 + BM^2 \rightarrow \underline{BM = \sqrt{14}}$$

(24)



左図において、 $s = \frac{a+b+c}{2}$  と  
するとき、 $\triangle ABC$  の面積は  
(ヘロンの公式)

→  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

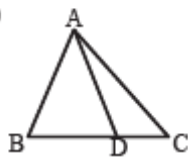
(例題) 上の図で、 $AB = 20$ ,  $BC = 21$ ,  $AC = 13$  のとき、  
 $\triangle ABC$  の面積を求めよ。

(解)  $s = \frac{20+21+13}{2} = 27$

$$\triangle ABC = \sqrt{27(27-21)(27-13)(27-20)}$$

$$= \sqrt{27 \times 6 \times 14 \times 7} = \sqrt{15876} = \underline{126}$$

(25)



左図で、 $\triangle ABD : \triangle ADC$  は

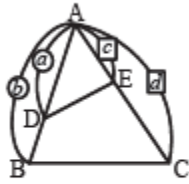
→  $\triangle ABD : \triangle ADC = BD : DC$   
(高さの等しい三角形の面積比 = 底辺の比)

(例題) 上の図で、 $BD = 4$ ,  $DC = 2$  のとき、 $\triangle ABD : \triangle ABC$  は、

(解)  $\triangle ABD : \triangle ABC = BD : BC$   
 $= 4 : 6$   
 $= \underline{2 : 3}$

<中3分野 例題付き公式集>

(26)



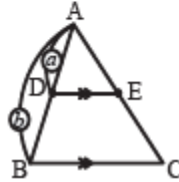
左図で、 $\triangle ADE : \triangle ABC$  は、

$$\rightarrow \boxed{\triangle ADE : \triangle ABC = a \times c : b \times d}$$

(例題) 左の図で、 $AD:DB=2:1$ 、 $AE:EC=1:3$  のとき、 $\triangle ADE:\triangle ABC$  は、

$$\begin{aligned} \text{(解)} \triangle ADE:\triangle ABC &= AD \times AE:AB \times AC \\ &= 2 \times 1 : 3 \times 4 \\ &= 2 : 12 \\ &= 1 : 6 \end{aligned}$$

(27)



左図で、 $\triangle ADE : \triangle ABC$  は、

$$\rightarrow \boxed{\triangle ADE : \triangle ABC = a^2 : b^2}$$

(相似な図形の面積比) = (相似比)<sup>2</sup>

(例題) 上の図で、 $AD:DB=2:3$  のとき、 $\triangle ADE$ :台形 DBCE は、

$$\begin{aligned} \text{(解)} AD:DB=2:3 \text{ より、} AD:AB &= 2:5 \\ \triangle ADE \sim \triangle ABC \text{ より、} \\ \triangle ADE:\triangle ABC &= 2^2:5^2 = 4:25 \\ \text{よって、} \triangle ADE:\text{台形 DBCE} &= 4:(25-4) = 4:21 \end{aligned}$$

(28)



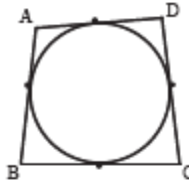
左図で  $x$  の大きさは

$$\rightarrow \boxed{x = 180 \times \frac{b+c+d}{a+b+c+d+e}}$$

(例題) 上の図で、 $a:b:c:d:e=2:3:1:1:1$  のとき、 $\angle x$  の大きさは、

$$\begin{aligned} \text{(解)} x &= 180 \times \frac{3+1+1}{2+3+1+1+1} \\ &= 180 \times \frac{5}{8} \\ &= 112.5^\circ \end{aligned}$$

(29)



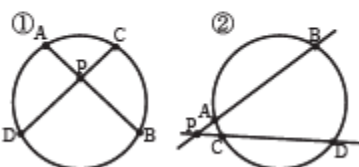
左図において、成り立つ関係式は

$$\rightarrow \boxed{AB+DC = AD+BC}$$

(例題) 上の図で、 $AB=4$ 、 $BC=5$ 、 $AD=3$  のとき、 $DC$  の長さは、

$$\begin{aligned} \text{(解)} 4+DC &= 3+5 \text{ より} \\ DC &= 4 \end{aligned}$$

(30)



左図において、成り立つ関係式は (方べきの定理)

$$\rightarrow \boxed{PA \times PB = PC \times PD}$$

(例題) 上の図②において、 $PA=1$ 、 $AB=6$ 、 $CD=5$  のとき、 $PC$  の長さは、

$$\begin{aligned} \text{(解)} PC &= x \text{ とおくと、} \\ 1 \times (1+6) &= x \times (x+5) \\ x^2 + 5x - 7 &= 0 \rightarrow x = \frac{-5 + \sqrt{53}}{2} \end{aligned}$$

(31)

3 辺の長さがそれぞれ  $a, b, c$  の三角形に、半径  $r$  の円が内接しているとき、三角形の面積  $S$  は

$$\rightarrow \boxed{S = \frac{r}{2}(a+b+c)}$$

(例題) 3 辺の長さがそれぞれ、6cm、8cm、10cm の  $\triangle ABC$  に、半径  $r$  の円  $O$  が内接している。 $r$  の長さを求めよ。

$$\begin{aligned} \text{(解)} 3 \text{ 辺の長さの比を考えると、} 6:8:10 &= 3:4:5 \text{ より、} \triangle ABC \text{ は斜辺} = 10 \text{ の直角} \\ \text{三角形となることが分かる。よって、} \\ 6 \times 8 \times \frac{1}{2} &= \frac{r}{2}(6+8+10) \text{ より} \\ r &= 2 \text{ cm} \end{aligned}$$

(32)

3 辺の長さがそれぞれ  $a, b, c$  の直方体の対角線の長さは、

$$\rightarrow \boxed{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

(例題) 3 辺の長さがそれぞれ、3cm、5cm、 $2\sqrt{7}$  cm の直方体の対角線の長さを求めよ。

$$\text{(解)} \sqrt{3^2 + 5^2 + (2\sqrt{7})^2} = \sqrt{62} \text{ cm}$$



<中3分野 例題付き公式集>

(33) 1辺の長さが  $a$  の立方体の対角線の長さは

(例題) 体積が  $216\text{cm}^3$  の立方体の対角線の長さは。

$$\rightarrow \sqrt{3}a$$

(解) 1辺の長さを  $a$  とすると、  
 $216 = 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3 = 6^3$  より、 $a = 6\text{cm}$   
 よって、対角線  $\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}\text{cm}$

(34) 1辺の長さが  $a$  の正三角形の面積は

(例題) 面積が  $24\sqrt{3}$  の正六角形の1辺の長さは。

$$\rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

(解) 正六角形は正三角形6枚でできているので、正三角形1枚の面積は  $4\sqrt{3}$  とわかる。  
 求める1辺を  $a$  とすると、  
 $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 4\sqrt{3}$   
 $a^2 = 16$   
 $a = 4 (> 0)$

(35) 1辺の長さが  $a$  の正四面体の高さ及び体積は

(例題) 1辺の長さが4の正四面体の高さ及び体積は。

$$\rightarrow \text{高さ} = \frac{\sqrt{6}}{3} a \quad \text{体積} = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

(解) 高さ  $= \frac{\sqrt{6}}{3} \times 4 = \frac{4\sqrt{6}}{3}$   
 体積  $= \frac{\sqrt{2}}{12} \times 4^3 = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

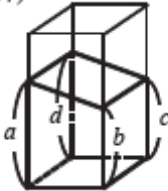
(36) 1辺の長さが  $a$  の正八面体の高さ及び体積は

(例題) 1辺の長さが  $2\sqrt{2}$  の正八面体の高さ及び体積は。

$$\rightarrow \text{高さ} = \sqrt{2} a \quad \text{体積} = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$$

(解) 高さ  $= \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$   
 体積  $= \frac{\sqrt{2}}{3} \times (2\sqrt{2})^3 = \frac{32}{3}$

(37)



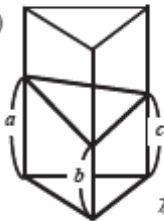
左図の切頭四角柱の体積は

(例題) 左の図で  $a=7, b=6, c=5$  で底面が1辺5の正方形のとき、 $d$ の長さ及び体積は。

$$\rightarrow \text{体積} = \text{底面積} \times \frac{a+b+c+d}{4}$$

(解) 切頭四角柱では、 $a+c = b+d$  が成り立ち、  
 $d = a+c-b = 7+5-6 = 6$   
 体積  $= 5 \times 5 \times \frac{7+6+5+6}{4} = \frac{150}{1}$

(38)



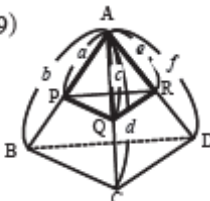
左図の切頭三角柱の体積は

(例題) 左の図で、 $a=4\sqrt{3}, b=c=3\sqrt{3}$ 、底面の三角形の面積が18のときの体積は。

$$\rightarrow \text{体積} = \text{底面積} \times \frac{a+b+c}{3}$$

(解)  $18 \times \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{3}$   
 $= 6 \times 10\sqrt{3} = 60\sqrt{3}$

(39)



左図で三角錐 A-PQR は → 三角錐 A-BCD の何倍か

$$[\text{三角錐 A-PQR}] = [\text{三角錐 A-BCD}] \times \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f}$$

(例題) 上の図で、三角錐 A-BCD が1辺6の正四面体で、  
 $AP:PB = 2:3, AQ:QC = 5:6, AR:AD = 1:2$   
 三角錐 A-PQR の体積は。

(解) 正四面体 ABCD の体積  $= \frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}$   
 三角錐 A-PQR  $= 18\sqrt{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{18\sqrt{2}}{11}$